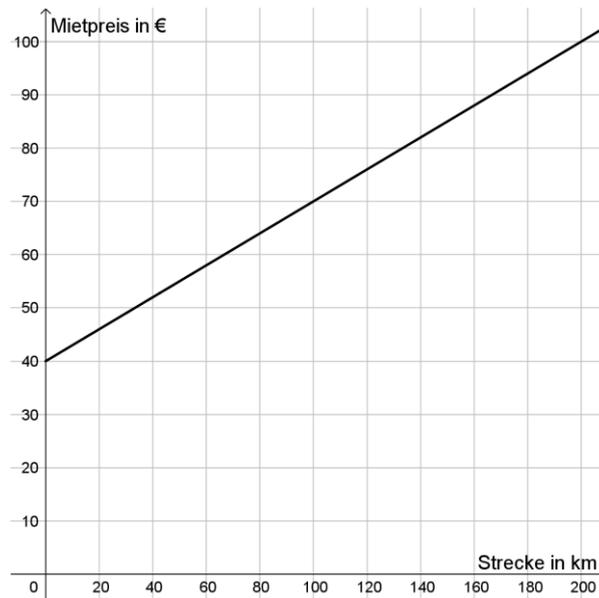




## Lineare Funktionen • Anwendungen Übung

1. Ein 80 cm tiefes, zylinderförmiges Fass wird abgelassen, wobei der Wasserspiegel um 3 cm pro Minute sinkt. Geben Sie die Wasserhöhe  $w$  als Funktion der Zeit  $t$  an und berechnen Sie hiermit die Dauer, bis das Fass leer ist. •••
2. Die nachfolgende Gerade zeigt die Abhängigkeit des Mietpreises  $M$  eines Leihwagens in Abhängigkeit von der gefahrenen Strecke  $x$ . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Wie hoch ist der Grundpreis, viel kostet zusätzlich ein gefahrener km? •••



3. Bei der Produktion eines Werbeartikels sind die entstehenden Kosten  $K$  von der hergestellten Stückzahl abhängig. Bei der Produktion von  $x = 50$  Stück entstehen Kosten von 480 €, bei der Produktion von  $x = 200$  Stück entstehen Kosten von 510 €. •••
  - a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion  $K(x)$ .
  - b) Wie hoch sind die Kosten bei einer Produktion von  $x = 940$  Stück? Wie verhält es sich mit den Stückkosten, d.h. den Kosten pro Produziertem Artikel?
  - c) Welchen Wert streben die Stückkosten bei sehr hohen Stückzahlen an?
  - d) Die Gewinnschwelle ist der Punkt, an dem die Erlöse und die Kosten gleich sind. Bei welcher Menge  $x$  liegt diese, wenn ein Verkaufspreis von 2,70 € pro Werbeartikel erzielt wird?
  - e) Zeichnen Sie die Graphen der Kostenfunktion  $K(x)$  und der Erlösfunktion  $E(x)$  in ein gemeinsames Koordinatensystem im Bereich  $0 \leq x \leq 300$ .

4. Die Stadtwerke Kelheim bieten für ihre Kunden einen Stromtarif an, der einen Arbeitspreis von 25 Cent pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 10,00 € pro Monat umfasst. •••
- Stellen Sie den Funktionsterm für die Gesamtkosten  $G(x)$  in Abhängigkeit vom Stromverbrauch  $x$  (in kWh) ohne Einheiten dar. Berechnen Sie die Kosten, wenn in einem Monat der Stromverbrauch 390 kWh betragen hat.
  - Skizzieren Sie den zugehörigen Graphen für einen Verbrauch von bis zu 700 kWh.
  - Familie Friedrich erhält eine Stromrechnung von 68,25 €. Berechnen Sie mit Hilfe der Funktionsgleichung ihren Verbrauch für diesen Monat.
  - Eine befreundete Familie besitzt einen Vertrag mit anderen Konditionen. Sie erzählt, dass sie in den vergangenen Monaten bei einem Verbrauch von 320 kWh einen Betrag von 102 € und 126 € bei einem Verbrauch von 400 kWh zu zahlen hatten. Wie hoch sind bei diesem Tarif Arbeits- und Grundpreis?
5. Ein Fallschirmspringer misst nach dem Öffnen seines Fallschirms mit Hilfe eines Höhenmeters zu verschiedenen Zeitpunkten seine Höhe über dem Erdboden. Die Messung ergab die folgende Werte: •••

Fallzeit $t$ in s	10	15	20	25	30
Höhe $h$ in m	731	714	697	680	663

- Begründen Sie, dass der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Geben Sie die Funktionsgleichung  $h(t)$  dieser Funktion an.
- Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Fallschirmspringer den Boden erreicht.
- Nach seiner Landung gibt der Fallschirmspringer an, dass er sich bereits nach einer Falldauer von drei Minuten in einer Höhe von weniger als 100 m befunden hatte. Hat er recht?

## Lineare Funktionen • Anwendungen

### Lösung

1.  $w(t) = 80 - 3t$

$$80 - 3t = 0 \Leftrightarrow t_1 = \frac{80}{3}$$

Es dauert 26 Minuten und 40 Sekunden, bis das Fass ganz leer ist.

2.  $M(x) = 0,30x + 40$ .

Der Grundpreis beträgt 40 €, ein gefahrener km kostet 0,30 €.

3.

a)  $K(x) = m \cdot x + t$

$$m = \frac{510 - 480}{200 - 50} = 0,20$$

Aus  $K(50) = 480$  folgt  $t = 470$ .

Damit ist  $K(x) = 0,20x + 470$ .

b)  $K(940) = 0,20 \cdot 940 + 470 = 658$

$$\text{Stückkosten: } \frac{658}{940} = 0,70 \text{ (€)}$$

c) Stückkosten  $\frac{K(x)}{x} = \frac{0,20x + 470}{x} = 0,20 + \frac{470}{x}$

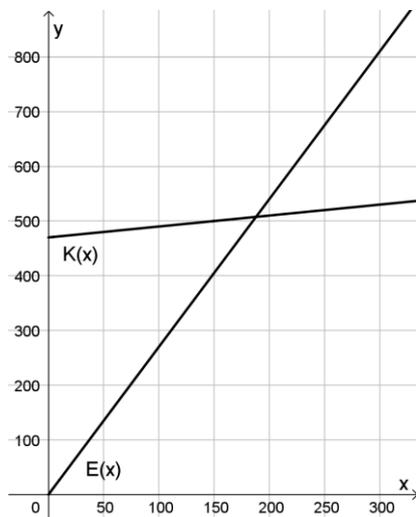
Der Wert nähert sich für große Stückzahlen  $x$  dem Preis von 0,20 € an, da sich die Fixkosten von 470 € auf immer mehr produzierte Artikel verteilen.

d) Die Erlösfunktion lautet  $E(x) = 2,70 \cdot x$ .

Die Gleichung  $K(x) = E(x)$  hat die Lösung  $x = 188$ .

Die Gewinnschwelle liegt bei 188 produzierten Artikeln.

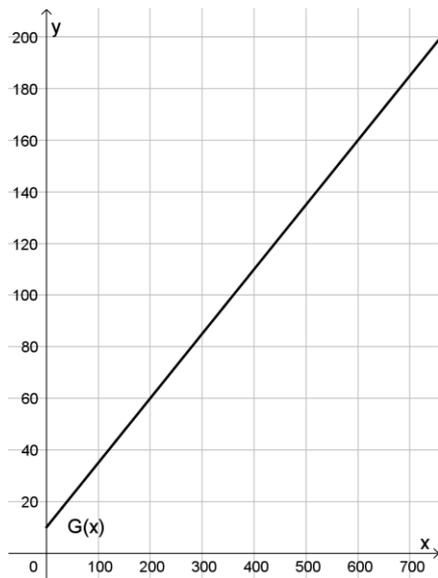
e)



4.

a)  $G(x) = 0,25x + 10$   
 $G(390) = 107,50 \text{ (€)}$

b)



c)  $0,25x + 10 = 68,25$ ;  $x = 233$ .  
Sie haben in diesem Monat 233 kWh verbraucht.

d)  $G_2(x) = mx + t$   
Arbeitspreis:  $m = \frac{126-102}{400-320} = 0,30 \text{ (€)}$   
Grundpreis: z.B. erstes Wertepaar einsetzen:  
 $0,30 \cdot 102 + t = 320$   
 $t = 6$ , der Grundpreis beträgt 6 €.

5.

a) Es liegt eine lineare Funktion vor, da er in gleichen Zeitabschnitten (5s) gleiche Höhen durchfällt, jeweils 17 m.

$$h(t) = v_0 \cdot t + h_0$$

$$v_0 = -\frac{17}{5} = -3,4$$

$$h_0 = 731 + 10 \cdot 3,4 = 765$$

$$h(t) = -3,4 \cdot t + 765$$

b)  $h(t) = 0$ ;  $t_0 = 225(s)$

Er erreicht den Boden nach 3 min 45s.

c)  $h(180) = -3,4 \cdot 180 + 765 = 153$ , seine Behauptung stimmt nicht.